Ferdowsi University of Mashhad

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics

Page Journal: mechanic-ferdowsi.um.ac.ir

Numerical Model Development of Dummy Fuel Rod under New Spacer Grids and End Constraints using Experimental Modal Analysis

Research Article

Reza Amirian[1], Gholamreza Zarepoor[2], Mansour Talebi[3]

DOI: 10.22067/jacsm.2022.75471.1103

1. Introduction

One of the most important parameters in the analysis of the vibration behavior of the fuel rod is the elastic characteristics of the spacer grids and how it is connected to the rod. In this research, finite element model of the dummy fuel rod related to a special circular fuel assembly was developed and updated in ABQUS software to investigate its vibration behavior. Modal experimental tests were used to validate the developed numerical model. Moreover, in this research, using a set of experimental tests and numerical modal analysis of the empty rod, and using the analysis of the sensitivity of natural frequencies to the changes in the stiffness coefficients of the middle and end supports, the numerical model was updated.

2. Numerical model

The studied fuel rod is restrained by three elastic intermediate holders and two fixed end restraints. The numerical model considered for modal analysis is according to Figure 1.

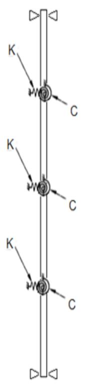


Figure 1. Numerical model of the fuel rod with linear and bending springs

3. Modal test

In order to perform the rod modal test, a dedicated system was designed, built and launched according to Figure 2.

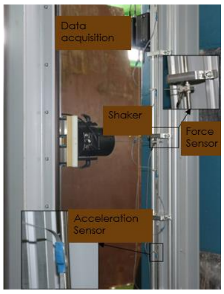


Figure 2. Modal test set-up

To determine the equivalent density of the virtual rod filled with lead tablets, the modal test of the hollow and solid rod with the same boundary conditions and excitation was performed. As Table 1 shows, the equivalent density of the solid rod is different for every motion mode. This means that the effective weight of the tablets in the equivalent density of the rod will depend on the movement form of the rod due to the distance between the tablet and the internal wall of the rod.

Table 1. Natural frequencies of clad and fuel rod

Mode No.	first	Second	Third	Forth
Clad (Hz)	246	288	321	373
Fuel Rod (Hz)	136	150	178	202
Equivalent Density (kg/m3)	21400	24200	21300	22300

4. Numerical modal analysis

After obtaining the stiffness coefficients and the equivalent density of the fuel rod, it is possible to analyze the numerical modal analysis of the rod in ABAQUS software, which includes the natural frequencies and modes of the structure. Table 2 shows the natural frequencies and mode shapes of the rod obtained from the numerical analysis.

*Manuscript received: February 22, 2022, Revised, September 14, 2022, Accepted, October 31, 2022.

[1]. PhD student, Faculty of Mechanical Engineering, University of Guilan, Rasht, Iran.

[2]. Assistant Professor, Faculty of Mechanical Engineering, University of Guilan, Rasht, Iran.

[3]. Corresponding author. Associate Professor, Reactor and Nuclear Safety Research School, Nuclear Science and Technology Research Institute, Tehran, **Email:** mansour_talebi@yahoo.com

Table 2. The natural frequencies of the rod as a result of the initial simulation

Mode No.	First	Second	Third	Forth
Experimental modal test (Hz)	136	150	178	202
Numerical modal analysis (Hz)	158	178	219	249
Error (%)	16	17	23	23
MAC	0.89	0.79	0.75	0.88

The results of the error values and the Modal Assurance Criterion (MAC) indicate that the simulation results have a significant difference with the modal test.

5. Updating the finite element model of the rod

In order to determine the effective stiffness coefficients of the middle supports and the end constraints, the sensitivity analysis of the simulated natural frequencies has been used in relation to the boundary conditions applied in the experimental test. So, by comparing the simulation results with the modal test results, the effective values of stiffness coefficients are obtained. For this purpose, two modal experimental tests are defined on the empty fuel rod (clad). The defined tests are: 1) with end boundary conditions similar to the middle supports in order to determine their effective stiffness coefficients; and 2) with actual end boundary conditions to determine the equivalent bending stiffness coefficient. Table 3 shows the results of the modal tests.

Table 3. The natural frequencies of the clad

Mode No.	First	Second	Third	Forth
Test 1 (Hz)	257	295	351	377
Test 2 (Hz)	246	288	321	373

In order to determine the effective linear and bending stiffness coefficients of middle and end supports, the effect of these coefficients on the change of natural frequencies of the clad was investigated independently using modal numerical analysis similar to the conditions of modal tests 1 and 2. Figure 3 shows, for example, the influence of the bending stiffness coefficient on the natural frequencies of the rod.

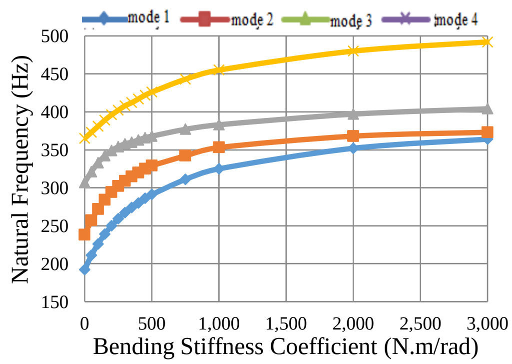


Figure 3. The changes of the natural frequencies of the rod according to the changes of the bending coefficient of the middle supports

The results of the simulation and experimental test of the clad modal show that the effective stiffness coefficients of the constraints are dependent on the mode shape of the rod. Table 4 shows the results.

After applying the effective stiffness coefficients of the supports, the simulation results of the updated model are shown in Table 5. These results agree well with the modal test results so that the natural frequency calculation error has reached less than 5%.

Table 4. Effective stiffness coefficients

Mode No.	First	Second	Third	Forth
Linear Stiffness Coefficient (N/mm)	750	750	1250	550
Bending Stiffness Coefficient (N.m/rad)	250	200	225	75
End Bending Spring Coefficient (N.m/rad)	200	300	100	300

Table 5. Comparison of the natural frequencies of the rod as a result of the updated simulation

Mode No.	First	Second	Third	Forth
Updated numerical model (Hz)	142	152	186	204
Error (%)	+4.4	+1.3	+4.5	+1.0
MAC	0.99	0.95	0.98	0.99

Figure 4 shows the shape of the natural modes of the rod resulting from the updated simulation along with the experimental test. The shape of the modes has increased from the average value of 0.83 in the initial model to the average value of 0.98 in the updated model based on the quantity of the modal assurance criterion.

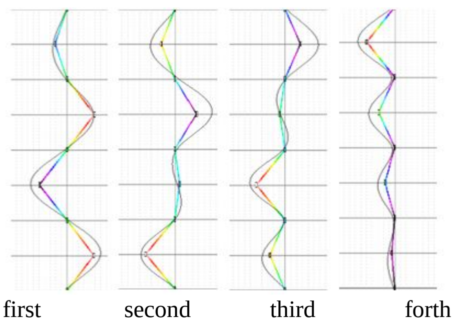


Figure 4. The shape of the natural mode shapes of the rod resulting from the updated simulation

7. Conclusion

The summary of the results is as follows:

- The equivalent density of the rod is different for every motion mode;
- The results of the initial simulation and modal test for the rod with specific boundary conditions showed up to 23% difference between the natural frequencies;
- The bending coefficients of the middle supports are 30% and the end restraints are 20% of the parameters influencing the natural frequency of the fuel rod;
- After analyzing the natural frequency sensitivity, it was found that the effective spring coefficients of the constraints dependent on the mode shape of the rod;
- Comparing the results of the updated model with the experimental test shows on average a decrease in the frequency difference from 20% to 2% and an improvement in the shape of the natural modes based on the modal confidence criterion from 0.83 to 0.98.

علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک ،۳٤، ۱٤۰۱. (۱۰٤-۸۹)

علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک

http://mechanic-ferdowsi.um.ac.ir

توسعه مدل عددی میله سوخت مجازی تحت شبکه‌های نگهدارنده و قیدهای انتهایی به کمک تحلیل تجربی مودال*

مقاله پژوهشی

رضا امیریان[۱] غلامرضا زارع‌پور[۲] منصور طالبی[۳]

DOI: 10.22067/jacsm.2022.75471.1103

چکیده *یکی از مهم‌ترین پارامترها در تحلیل رفتار ارتعاشی میله سوخت خصوصیات الاستیک شبکه‌های نگهدارنده است. در این پژوهش برای تعیین ضرایب فنریت این نگهدارنده‌ها که مربوط به یک مجتمع سوخت خاص است، از ترکیب تست‌های آزمایشگاهی و فرمول تئوری بهره گرفته شده است. به منظور صحه‌گذاری مدل عددی یک سامانه تست مودال ویژه این پژوهش طراحی، ساخته و راه‌اندازی شده است. نتایج تست مودال بیانگر آن است که چگالی معادل میله سوخت مجازی به شکل مود طبیعی میله وابسته است. سپس ضریب‌های فنریت نگهدارنده‌های میانی و قیدهای انتهایی به کمک مقایسه نتایج شبیه‌سازی عددی با نتایج تست‌های مودال تعریف شده در حالت‌های مختلف قیدگذاری میله توخالی، اصلاح شده است. نتایج شبیه سازی بیانگر این موضوع است که علاوه بر نگهدارنده‌های میانی، قیدهای انتهایی نیز تأثیر به‌سزایی بر فرکانس‌های طبیعی میله دارد. نتایج تحلیل حساسیت نشان می‌دهد که این ضرایب به شکل مود طبیعی میله وابسته است. همچنین نتایج نشان می‌دهد که با به‌روزرسانی ضرایب فنریت نگهدارنده‌های میانی و انتهایی به مقدار قابل ملاحظه‌ای خطای تخمین فرکانس‌های طبیعی کاهش و تخمین شکل مودهای طبیعی بر اساس معیار اطمینان مودال بهبود یافته است.*

واژه‌های کلیدی تحلیل عددی و تجربی مودال، میله سوخت، شبکه نگهدارنده، فرکانس و شکل مود طبیعی، تحلیل حساسیت.

Numerical Model Development of Dummy Fuel Rod under Spacer Grids and End Constraints Using Experimental Modal Analysis

Reza Amirian Gholamreza Zarepoor Mansoor Talebi

Abstract *In this research the combination of laboratory tests and theoretical formula was used to determine the stiffness coefficients of these spacers that is related to a special fuel assembly. In order to validate the numerical model a spatial modal test set-up has been designed, constructed and set up to perform the modal test. The modal test results indicate that equivalent density of the dummy fuel rod depends on the natural mode of the rod. Then, the spring coefficients of the middle spacers and end constraints have been modified by comparing the results of numerical simulation with the results of modal tests defined in different supporting states of the hollow rod. The simulation results show that in addition to the middle spacers, also the end constraints have a significant effect on the natural frequencies of the rod. The Sensitivity Analysis results show that these coefficients depend on the natural mode of the rod. In addition, the results show that by updating the stiffness coefficients of the middle spacers and end constraints the estimation error of natural frequencies has been significantly reduced and the estimation of natural mode shapes based on the modal assurance criterion has been significantly improved.*

Key Words: Numerical and Experimental Modal Analysis, Fuel Rod, Spacer Grid, Natural Frequency and Mode Shape, Sensitivity Analysis.

* تاریخ دریافت مقاله ۱٤۰۰/۱۲/۳ و تاریخ پذیرش آن ۱٤۰۱/۸/۹ می‌باشد.

(۱) دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت، ایران.

(۲) استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت، ایران.

(۳) نویسندهٔ مسئول، دانشیار، پژوهشکده راکتور و ایمنی هسته‌ای، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، تهران، ایران.

Email: mansour_talebi@yhoo.com

مقدمه

مجتمع سوخت هسته‌ای شامل اجزای بسیاری است که از مهم‌ترین آنها می‌توان به میله‌های سوخت و شبکه‌های نگهدارنده (Spacer Grid) اشاره کرد. این میله‌ها به وسیله تعدادی شبکه نگهدارنده در فواصل مختلف مهار شده‌اند. در نیروگاه‌های آبی تحت فشار گرمای تولید شده میله‌ها توسط آب تحت فشار که خنک‌کننده نامیده می‌شود، به سمت مبدل‌های حرارتی منتقل می‌گردد. برای دست یافتن به بالاترین توان خروجی ممکن در یک نیروگاه هسته‌ای، خنک کننده باید تا حد امکان گرمای تولید شده را جذب کند. این ویژگی به وسیله سرعت بالا و شدت آشفتگی جریان سیال خنک کننده به وجود می‌آید. ارتعاش میله‌ها ناشی از جریان سیال و پدیده سایش ناشی از ارتعاش به عنوان مهم‌ترین خسارت ایجاد شده ظاهر می‌شود. بنابراین به منظور افزایش توان مجتمع‌ها، تخمین رفتار ارتعاش میله ضروری است.

یک اصل اساسی در طراحی اجزایی که تحت بار دینامیکی قرار دارند این است که فرکانس تحریک باید به مقدار کافی از محدوده فرکانس‌های طبیعی سازه فاصله داشته باشد تا دچار افزایش دامنه نوسان و در نهایت تخریب نشود [1]. یکی از مهم‌ترین پارامترها در تحلیل رفتار ارتعاشی میله ویژگی‌های الاستیک شبکه‌های نگهدارنده و نحوه اتصال آن به میله است. نحوه اتصال شبکه‌های نگهدارنده به میله در طرح‌های مختلف مجتمع سوخت متفاوت است. شبکه‌های نگهدارنده طرح PWR به شکل مربع و میله سوخت در هر سلول از چهار طرف با تکیه‌گاه‌ها در تماس است. شبکه‌های نگهدارنده طرح VVER شش ضلعی و هر سلول از سه طرف با میله سوخت در تماس است. شکل (۱) طرح‌های شبکه نگهدارنده مربوط به مجتمع‌های PWR و VVER را نشان می‌دهد.

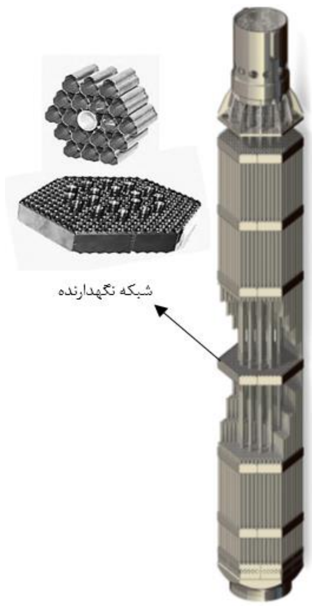
محققان بسیاری در مورد تحلیل رفتار ارتعاشی میله سوخت طرح PWR پژوهش نموده‌اند. پرمونت [2] یک مدل المان محدود میله با ضرایب فنریت خمشی برای تعیین مقدار مینیمم نیروی فنر سلول شبکه نگهدارنده بر اساس حداکثر دامنه ارتعاش مجاز ارائه کرد.

کانگ و همکاران در مجموعه مقاله‌های خود [3-6] با تکمیل مدل عددی میله سوخت به تحلیل رفتار ارتعاشی آن پرداختند. آنها ابتدا نگهدارنده را با تکیه‌گاه ساده، سپس با فنرهای خطی و خمشی و در نهایت با المان محدود سه‌بعدی مدل کردند و با استفاده از تست تجربی مودال به صورت افقی استفاده مدل را تأیید و به‌روزرسانی کردند. مون و همکاران [7] یک مدل المان محدود میله با فنرهای خطی ارائه و با استفاده از تست تجربی مودال میله به صورت عمودی مدل را بهینه کردند. کیم [8] تأثیر فاصله بین میله و شبکه نگهدارنده را به عنوان تابعی از زمان بر کم شدن ضریب سفتی سلول شبکه نگهدارنده بررسی کرد. حسین و همکاران [9] نتایج تحلیل مودال حاصل از مدل عددی دو بعدی میله سوخت پیاده شده در نرم‌افزار متلب (MALAB) و سه‌بعدی پیاده شده در نرم‌افزار آباکوس (ABAQUS) را با نتایج تست تجربی مقایسه کردند. جیانگ و همکاران [10] نیز یک مدل المان محدود با فنرهای خطی به منظور بررسی رفتار ارتعاشی میله سوخت به نیروهای جریان سیال ارائه کردند. فراری و هماکاران [11-13] در مجموعه پژوهش‌های خود به تحلیل تجربی رفتار ارتعاش غیرخطی میله سوخت تحت نگهدارنده‌های طرح PWR پرداخته‌اند. یان [14] یک مدل تئوری به منظور استخراج فرکانس‌ها و مودهای طبیعی میله سوخت تحت چندین شبکه نگهدارنده ارائه کرد.

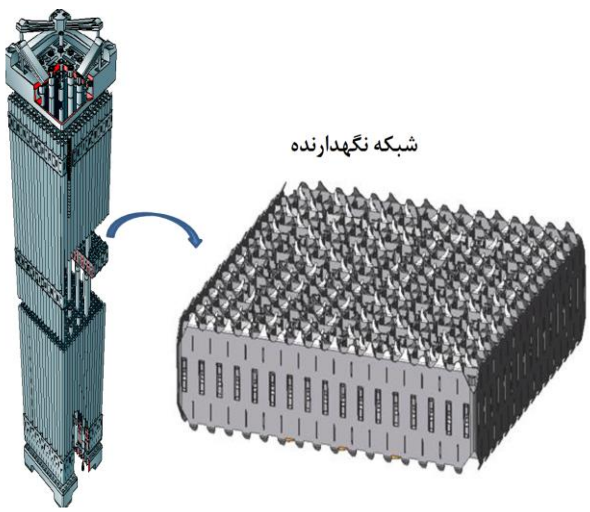
در زمینه تحلیل رفتار ارتعاشی میله سوخت با طرح VVER مطالعات به نسبت کمی صورت گرفته است. نظری و همکاران [15] در مدل‌سازی خود از معادل‌سازی نگهدارنده‌ها با یک ضریب فنریت خطی منفرد بدون لحاظ کردن تأثیر سایر نگهدارنده های مجاور و همچنین بدون فنر خمشی معادل استفاده کرده‌اند. زمان و لاواک [16] یک مدل ریاضی برای تعیین ضریب فنریت خطی معادل برای میله سوخت ارائه کردند.

مرور مطالعات انجام شده نشان می‌دهد در مدل‌های عددی ارائه شده برای تحلیل ارتعاشی میله سوخت VVER تنها از فنر خطی استفاده شده است و تأثیر قید خمشی نگهدارنده و قیدهای انتهایی میله در نظر گرفته نشده است. در این پژوهش مدل المان محدود میله سوخت مجازی مربوط به یک مجتمع سوخت خاص در نرم‌افزار آباکوس به منظور بررسی رفتار ارتعاشی آن توسعه یافته و به‌روزرسانی شده است. در مدل اولیه این نگهدارنده‌های میانی علاوه بر فنر خطی با فنر خمشی نیز مدل شده‌اند. در این مطالعه روشی برای به دست آوردن ضریب فنریت خمشی نگهدارنده‌های میانی که ترکیبی از تست‌های آزمایشگاهی و فرمول تئوری است، ارائه شده است. به منظور صحه‌گذاری مدل عددی توسعه داده شده از تست‌های تجربی مودال استفاده شده است. به این منظور یک سامانه آزمایشگاهی خاص برای انجام

تست‌های تجربی مودال میله به صورت عمودی طراحی، ساخته و راه‌اندازی شده است. همچنین در مطالعات انجام شده پژوهشی که به بررسی تأثیر قیدهای انتهایی و نحوه استخراج ضرایب فنریت آنها پرداخته شده باشد، مشاهده نشد. در این پژوهش با استفاده از مجموعه تست‌های تجربی و تحلیل عددی مودال میله توخالی و با استفاده از تحلیل حساسیت فرکانس‌های طبیعی به تغییرات ضرایب فنریت نگهدارنده‌های میانی و انتهایی مدل عددی به‌روزرسانی شده است. به عنوان کاربرد اصلی از این مدل توسعه داده شده می‌توان برای تعیین فرکانس‌های طبیعی میله در حالت‌های مختلف عملکردی بهره گرفت.



(الف)



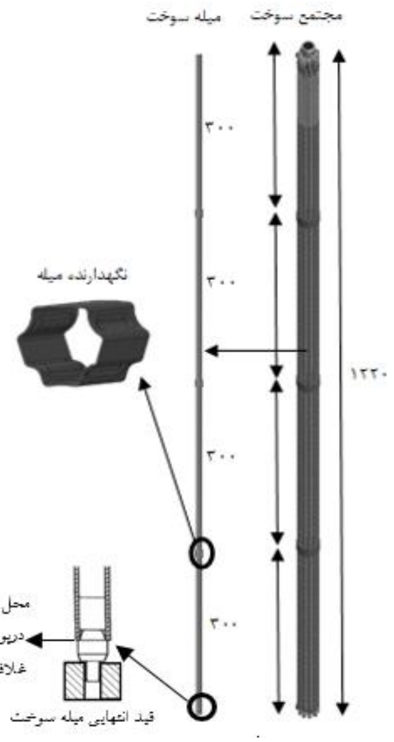
(ب)

شکل ۱ طرح‌های مختلف نگهدارنده‌ها: (الف) VVER، (ب) PWR

مدل‌سازی عددی

هندسه مسئله

در این مطالعه به بررسی رفتار ارتعاشی میله سوخت مجازی در یک مجتمع سوخت خاص پرداخته شده است. شکل (۲) مجتمع سوخت مورد مطالعه به همراه سایر اجزا از جمله میله سوخت و نگهدارنده‌ها را نشان می‌دهد. هر میله توسط چند نگهدارنده میانی الاستیک و قیدهای انتهایی ثابت مهار شده است. طرح تماس این نگهدارنده مشابه مجتمع‌های سوخت VVER است. خصوصیات ابعادی و فیزیکی میله در جدول (۱) آمده است.



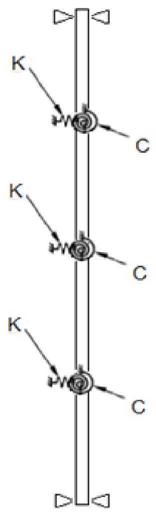
شکل ۲ مجتمع سوخت مورد مطالعه و اجزاء آن
(ابعاد به میلیمتر است)

جدول ۱ خصوصیات ابعادی و فیزیکی میله

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار (میلیمتر)
مدول یانگ (گیگاپاسکال)	95	طول کل	1220
چگالی (کیلوگرم بر متر مکعب)	6550	فاصله بین نگهدارنده‌ها	300
نسبت پواسون	33/0	قطر خارجی	1/9

مدل المان محدود

همان طور که بیان شد خصوصیات سازه‌ای شبکه‌های نگهدارنده از جمله تعداد و میزان ضرایب فنریت خطی و خمشی تأثیر به‌سزایی در رفتار ارتعاشی میله دارد. هر سلول نگهدارنده با توجه به نازک بودن به میله امکان جابه‌جایی در راستای شعاعی و به دلیل تماس با میله در چهار خط مقاومت خمشی در برابر حرکت میله ایجاد می‌کند. بنابراین همان طور که در شکل (۳) مشاهده می‌شود هر نگهدارنده به صورت یک فنر خطی و یک فنر خمشی مدل شده است.



شکل ۳ مدل دو بعدی میله با فنرهای خطی و خمشی

قیدهای ابتدا و انتهای میله با توجه به شکل (۲) اجازه حرکت به میله را در تمامی جهات نمی‌دهند و بنابراین یک قید ثابت (خطی و زاویه‌ای) فرض می‌شوند. ولی همان طور که در بخش تحلیل حساسیت فرکانس‌های طبیعی بیان خواهد شد ثابت فرض کردن این تکیه‌گاه‌ها تا حدی با خطا همراه است و باید با یک تکیه‌گاه الاستیک معادل شوند.

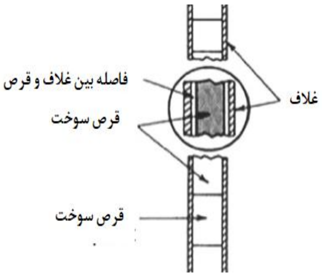
به منظور تکمیل مدل‌سازی میله دو پارامتر مدول صلبیت و چگالی باید تعیین شوند. شبیه‌سازی رفتار ارتعاشی قرص‌ها با توجه به تماس بین قرص‌ها و جدار داخلی میله و نیز امکان حرکت قرص‌ها در جهت‌های مختلف نسبت به یکدیگر بسیار پیچیده و غیرخطی خواهد بود (شکل ٤). نظری و همکاران [17] برای حل مشکل مربوط به شبیه‌سازی ارتعاشات میله ناشی از جریان، از معادل‌سازی چگالی به صورت مجموع چگالی میله و قرص بهره گرفته‌اند. این روش بر این فرض استوار است که تمام وزن قرص بر میله تأثیرگذار است. اما به نظر می‌رسد با توجه به فاصله بین قرص‌ها و جداره داخلی میله تنها بخشی از وزن قرص‌ها بر چگالی کل میله مؤثر خواهد بود. برای بررسی این موضوع از روش پارک و همکاران [18] که برای در نظر گرفتن تأثیر قرص‌ها بر رفتار ارتعاشی میله از مفهوم چگالی معادل که بر اساس نسبت فرکانس‌های طبیعی میله در دو حالت بدون قرص سربی و با قرص سربی استوار است، استفاده شده است:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow \left(\frac{\omega_c}{\omega_r}\right)^2 = \frac{k_c}{k_r} \times \frac{m_r}{m_c} \qquad (۱)$$

بنابراین از رابطه بالا میزان جرم واحد طول معادل میله با به دســت آوردن فرکانس‌های طبیعی میله بدون قرص و با قرص صورت به زیر به دست می‌آید:

$$m_r = \left(\frac{\omega_c}{\omega_r}\right)^2 \times m_c \qquad (۲)$$

همچنین بر اســـاس پژوهش زرگر و همکاران [19] مدول صــلبیت یا همان ســفتی خمشــی برای میله در دو حالت بدون قرص و با قرص با توجه به اینکه قرص‌ها نقشی در خمش میله در محدوده دامنه ارتعاشـــی میله (کمتر از ۵۰ میکرون) ندارند، تقریباً یکسان خواهد بود و می‌توان از اثر آن صرف‌نظر کرد.



شکل ٤ نحوه قرارگیری قرص درون میله سوخت

شرایط مرزی: تعیین ضرایب فنریت نگهدارنده‌ها

برای به دست آوردن ضریب فنریت خطی تست نیرو جابه‌جایی بر روی سلول نگهدارنده با استفاده از دستگاه کشش در نظر گرفته شده است. این سلول توسط یک قاب مشابه شرایط مونتاژ در مجتمع سوخت ثابت شده است. برای به دست آوردن ضریب فنریت خمشی نیز تست جابه‌جایی میله مهار شده با دو نگهدارنده در دو طرف همانند شکل (۵) با استفاده از دستگاه کشش انجام شده است. ضریب فنریت خطی حاصل تقسیم نیرو بر جابه‌جایی

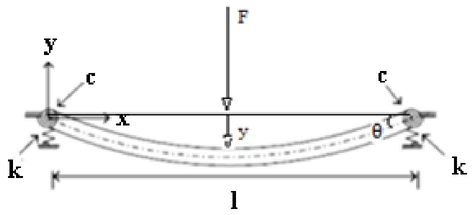
است و ضریب فنریت خمشی نیز بر اساس تئوری تیر اویلر-برنولی، قانون برهم‌نهی جابه‌جایی‌ها و تعادل استاتیکی از روابط (۳) و (٤) به دست می‌آید:

$$\theta = \frac{Fl}{8C} \qquad (۳)$$

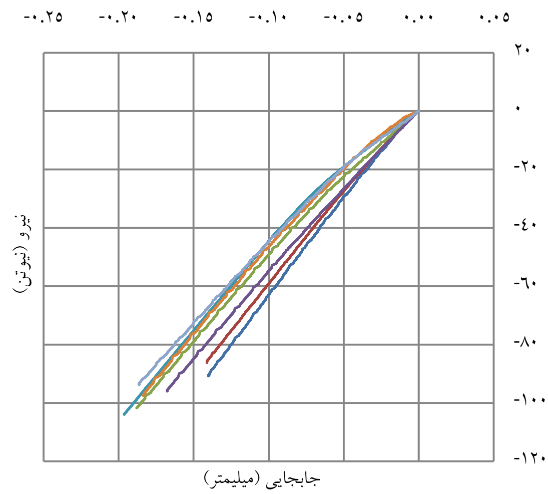
$$y = \frac{Fl^3}{192EI} + \frac{F}{2k} + \frac{l\theta}{2} \qquad (٤)$$

تست نیرو جابه‌جایی بر روی ۷ نمونه از سلول‌های نگهدارنده به منظور تعیین بازه تغییرات ضرایب فنر صورت گرفته است. نتایج تست‌ها در شکل‌های (٦) و (۷) آورده شده است.

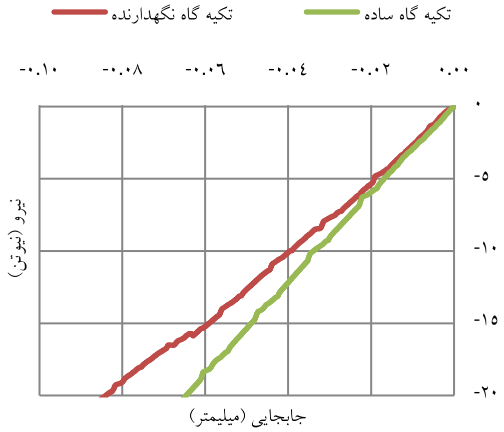
جدول (۲) ضرایب فنریت خطی و خمشی به دست آمده از نتایج تست و با استفاده از فرمول‌های (۱) و (۲) را نشان می‌دهد. بازه گزارش شده در جدول (۲) برای ضریب فنریت خمشی بر اساس فرمول (۲) و بازه تغییرات ضریب فنریت خطی به دست می‌آید.



شکل ٥ مدل فنر خطی و خمشی نگهدارنده



شکل ٦ نمودار نیرو جابجایی ۷ نمونه سلول نگهدارنده

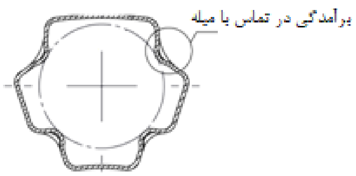


شکل ۷ نمودار نیرو جابجایی وسط میله توخالی

جدول ۲ ضرایب فنریت نگهدارنده میله

ضریب فنریت خطی (نیوتن بر میلیمتر)	ضریب فنریت خمشی (نیوتن متر بر رادیان)
650- 500	400-300

بر اساس شکل (۸) بازه تغییرات ضریب فنریت خطی مؤثر از برآیندگیری این ضریب‌ها در راستای محور تقارن نگهدارنده ۱۲٥۰-۱٦٥۰ نیوتن بر میلی‌متر به دست می‌آید.



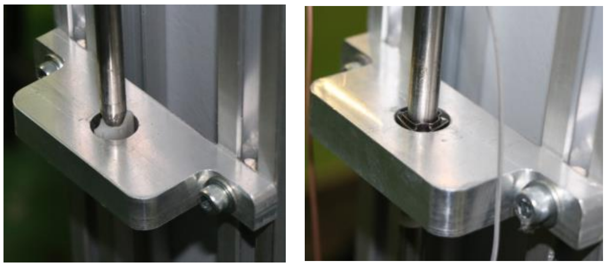
شکل ۸ نمای روبروی سلول نگهدارنده

سامانه تست مودال

جهت انجام تست مودال میله یک سامانه اختصاصی طراحی، ساخته و راه‌اندازی شد. این سامانه شامل سازه نگهدارنده به همراه تکیه‌گاه‌ها، حسگرهای شتاب (MEMS)، نیروسنج، لرزاننده (Shaker)، سیستم پردازش داده‌ها و نرم‌افزار آنالیز مودال است (شکل ۹-الف). سیستم پردازش داده‌ها نرم‌افزار تحلیل مودال با توجه به دیجیتال بودن انتقال داده‌ها به صورت اختصاصی برای تست مودال توسعه داده شده است. در شکل (۹-ب) و (۹-ج) نحوه اتصال قیدهای میانی و انتهایی را نشان داده شده است.



(الف)


(ج) (ب)

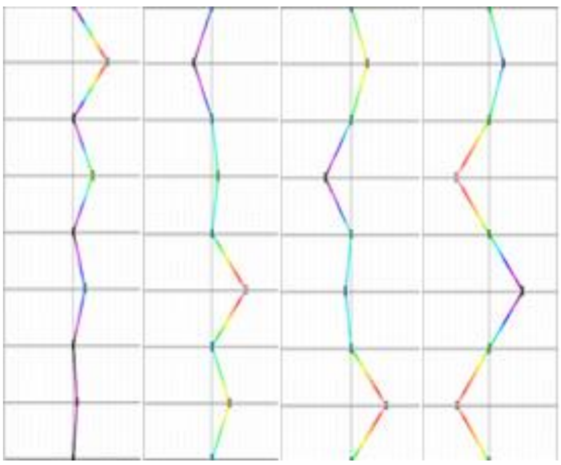
شکل ۹ (الف) سامانه تست مودال، (ب) نحوه اتصال قیدهای نگهدارنده میانی، (ج) نحوه اتصال قیدهای انتهایی

تست مودال

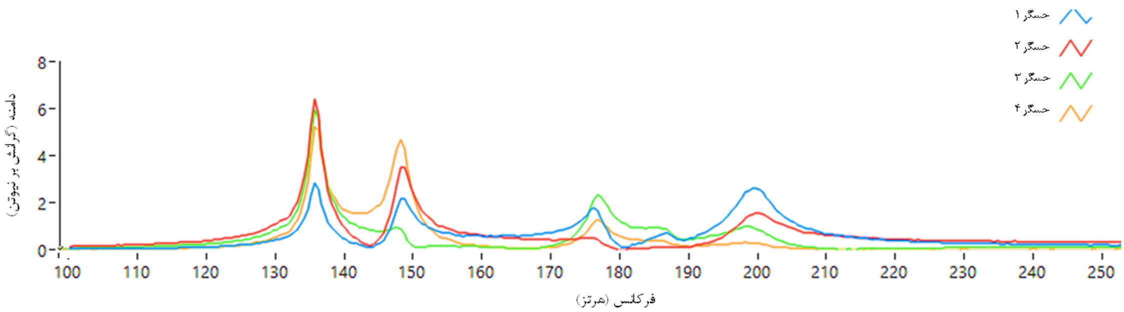
روش تست مودال به این صورت است که ابتدا حسگرهای شتاب را در وسط فاصله بین هر دو نگهدارنده بر روی میله نصب کرده و سپس با استفاده از لرزاننده، موج جاروب سینوسی ایجاد شده و نوسان میله با استفاده از نیروسنج و شتاب‌سنج‌ها اندازه‌گیری می‌شود. با به دست آوردن پاسخ‌های فرکانسی هر یک از حسگرها و تجمیع آنها، فرکانس‌ها و شکل مودهای طبیعی میله به دست خواهد آمد.

تست مودال: تعیین چگالی معادل میله

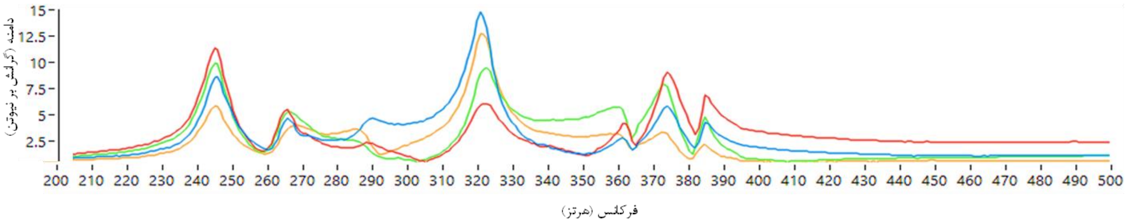
برای تعیین چگالی معادل میله مجازی پر شده با قرص‌های سربی تست مودال میله توخالی و توپر با شرایط مرزی و تحریک یکسان انجام شده است. نتایج حاصل از تست مودال شامل نمودار پاسخ فرکانسی و شکل مودهای طبیعی میله توخالی و توپر در شکل‌های (۱۰) و (۱۱) آمده است. همان طور که در جدول (۳) مشخص است چگالی معادل میله توپر برای هر مود حرکتی متفاوت است. بدین معنا که میزان وزن مؤثر قرص‌ها در چگالی معادل میله به دلیل وجود فاصله بین قرص و جداره داخلی میله به شکل حرکتی میله وابسته خواهد بود. البته می‌توان همانند روش پارک و همکاران [18] با پذیرفتن خطای متوسط‌گیری مقدار چگالی معادل میله را ۲۲۳۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب در نظر گرفت.



شکل ۱۰ شکل مودهای طبیعی میله حاصل تست تجربی



(الف)



(ب)

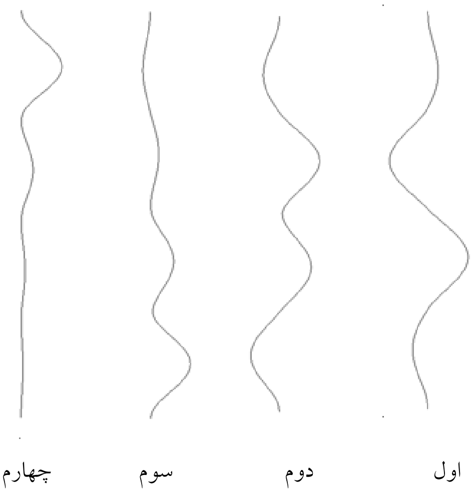
شکل ۱۱ پاسخ‌های فرکانسی میله: (الف) توپر، (ب) توخالی

تحلیل عددی مودال

بعد از به دست آوردن ضرایب فنریت و چگالی معادل میله توپر، می‌توان به تحلیل عددی مودال میله در نرم‌افزار آباکوس که شامل فرکانس‌ها و مودهای طبیعی سازه است، پرداخت. در این شبیه‌سازی‌ها از مقادیر متوسط ضرایب فنریت به دست آمده یعنی ۱٤۵۰ نیوتن بر میلی‌متر و ۳۵۰ نیوتن متر بر رادیان استفاده شده است. شکل مودهای به دست آمده از تحلیل عددی در شکل (۱۲) نمایش داده شده است. به منظور مقایسه کمی شکل مودهای به دست آمده از تست تجربی و تحلیل عددی از معیار اطمینان مودال (Modal Assurance Criteria) استفاده شده است [20]:

$$\mathrm{MAC}=\frac{|(\{\psi_F\}^T\{\psi_E\})|^2}{(\{\psi_F\}^T\{\psi_F\})(\{\psi_E\}^T\{\psi_E\})} \quad (۵)$$

نتایج شبیه‌سازی بر اساس مقدار مجزا و متوسط چگالی معادل با نتایج تست مودال در جدول (٤) مقایسه شده است. مقایسه مقادیر خطای فرکانس‌های طبیعی این دو شبیه‌سازی نشان می‌دهد که به غیر از مود دوم با اختلاف ۵ درصد نسبت به نتایج تست تجربی در سایر مودها این اختلاف کمتر از ۲ درصد است. همچنین نتایج مقادیر خطا و معیار اطمینان مودال بیانگر این است که نتایج شبیه‌سازی اختلاف معناداری با تست مودال دارد.



شکل ۱۲ شکل مودهای طبیعی میله حاصل شبیه‌سازی اولیه

جدول ٤ فرکانس‌های طبیعی میله توپر

مود	اول	دوم	سوم	چهارم
تست تجربی(هرتز)	۱۳٦	۱۵۰	۱۷۸	۲۰۲
تحلیل عددی مجزا (هرتز)	۱۵۸	۱۷٦	۲۱۹	۲٤۹
خطا (درصد)	۱٦	۱۷	۲۳	۲۳
تحلیل عددی متوسط بر اساس مرجع [18] (هرتز)	۱۵٦	۱۸٤	۲۱۵	۲٤۹
خطا (درصد)	۱۵	۲۳	۲۱	۲۳
معیار اطمینان مودال	۰/۸۹	۰/۷۹	۰/۷۵	۰/۸۸

تحلیل حساسیت فرکانس‌های طبیعی

پارامترهای مؤثر بر فرکانس‌های طبیعی

در زمینه علت‌های اختلاف بین نتایج تحلیل عددی با تست تجربی مودال میله سوخت پژوهش‌هایی صورت گرفته است. مون و همکاران [7] با تحلیل حساسیت ضرایب فنریت نگهدارنده‌ها، جرم اضافه شده و میزان نیروی اعمال شده مدل عددی میله را بهینه کردند. زرگر و همکاران [21] تأثیر شرایط قیدهای انتهایی میله بر روی فرکانس‌های طبیعی در دو حالت مختلف قید انتهایی را تست کردند. دِسانتیس و شمس [22] نتایج عددی ارتعاش ناشی از جریان را در دو حالت مختلف شرایط نگهداری انتهای میله با نتایج تست آزمایشگاهی مقایسه کردند. بر اساس پژوهش پرس و همکاران [23] محل و شدت اعمال اعمال نیرو، طول و جنس میله واسط و زاویه حسگر نیرو تأثیر به‌سزایی در فرکانس‌ها و شکل مودهای طبیعی یک سازه سبک و ظریف مانند میله دارد.

بنابراین از مهمترین علت های اختلاف بین نتایج تحلیل عددی با تست تجربی می‌توان به عدم قطعیت مربوط به شرایط مرزی اعمال شده در شبیه‌سازی، پارامترهای مرتبط با نحوه تنظیم لرزاننده از جمله محل و شدت اعمال نیرو، طول و جنس میله واسط و زاویه حسگر نیرو و همچنین عدم قطعیت‌های مربوط به ساخت میله و نگهدارنده‌ها از جمله مدول یانگ و ابعاد نهایی اشاره کرد. در مورد عدم قطعیت های مربوط به ساخت می‌توان از خصوصیات مواد به کار رفته در ساخت میله از جمله چگالی و مدول یانگ استفاده کرد که در این پژوهش مدول یانگ بر اساس تست‌های آزمایشگاهی بر روی قطعات ساخته شده به دست آمده است. همچنین به منظور کاهش اثر جرم اضافه شده محل اعمال نیرو نزدیک نگهدارنده دوم و برای کاهش اثر شدت اعمال نیرو کمترین ولتاژ قابل تنظیم توسط لرزاننده در نظر گرفته شده است.

تحلیل حساسیت فرکانس‌های طبیعی بر حسب ضرایب فنریت تکیه‌گاه‌ها

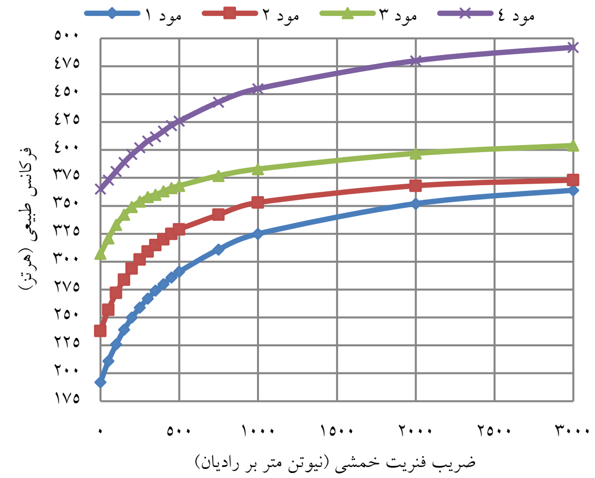
در این پژوهش به منظور تعیین ضرایب فنریت مؤثر نگهدارنده‌های میانی و قیدهای ابتدا و انتهایی از تحلیل حساسیت فرکانس‌های طبیعی شبیه‌سازی شده نسبت به شرایط مرزی اعمال شده در تست تجربی بهره گرفته شده است. به طوری که با مقایسه نتایج شبیه‌سازی با نتایج تست مودال مقادیر مؤثر ضرایب فنریت به دست می‌آید. به این منظور دو تست تجربی مودال بر روی میله سوخت توخالی تعریف شده است. تست‌های تعریف شده عبارتند از: ۱. با شرایط مرزی انتهایی مشابه با نگهدارنده‌های میانی جهت تعیین ضرایب فنریت مؤثر آنها و ۲. با شرایط مرزی انتهایی واقعی جهت تعیین ضریب فنریت خمشی معادل آن. نتایج حاصل از تست‌های مودال در جدول (۵) آورده شده است. لازم به ذکر است علت کاهش فرکانس در تست دوم (در حالی که باید با شرایط یکسان به دلیل افزایش قید خمشی فرکانس افزایش یابد) افزایش فاصله‌های ابتدایی و انتهایی بین نگهدارنده‌ها به دلیل شرایط متفاوت قیدهای انتهایی در این دو تست است.

جدول ۵ فرکانس اصلی میله توخالی

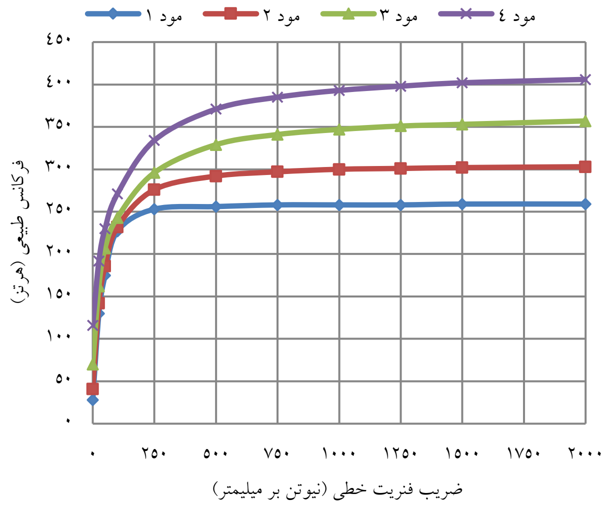
مود	اول	دوم	سوم	چهارم
تست مودال ۱ (هرتز)	۲۵۷	۲۹۵	۳۵۱	۳۷۷
تست مودال ۲ (هرتز)	۲٤٦	۲۸۸	۳۲۱	۳۷۳

لازم به ذکر است که با توجه به فیزیک قیدهای ابتدا و انتهایی (شکل ۲) امکان جابه‌جایی خطی (شعاعی) برای میله وجود نداشته و تنها می‌تواند به دلیل بازوی ایجاد شده از انتهای غلاف (ناحیه جوش شده به درپوش‌ها) تا محل اتصال درپوش‌ها امکان حرکت زاویه‌ای داشته باشد. بنابراین قیدهای ابتدا و انتهایی تنها با یک فنر خمشی معادل می‌شوند.

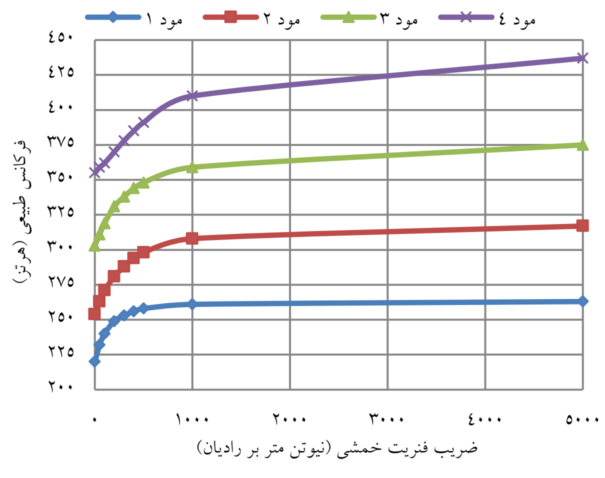
برای تعیین ضرایب فنریت خطی و خمشی مؤثر نگهدارنده‌های میانی به بررسی تأثیر این ضریب‌ها به صورت مستقل بر تغییر فرکانس‌های طبیعی میله توخالی با استفاده از تحلیل عددی مودال مشابه شرایط تست‌های مودال ۱ پرداخته شده است. همچنین برای تعیین ضرایب فنریت خمشی معادل قیدهای ابتدا و انتهایی به بررسی تأثیر این ضرایب به صورت مستقل بر تغییر فرکانس‌های طبیعی میله توخالی با استفاده از تحلیل عددی مودال مشابه شرایط تست‌های مودال ۲ پرداخته شده است. این ضرایب از مقدار صفر (بدون قید) تا مقدار بی‌نهایت (بدون جابه‌جایی) تغییر داده می‌شود. نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی مودال در شکل‌های (۱۳)، (١٤) و (١٥) نشان داده شده است.



شکل ۱۳ تغییرات فرکانس‌های طبیعی میله بر حسب تغییرات ضریب فنریت خمشی نگهدارنده‌های میانی با ضریب فنریت خطی ثابت ۱٤۵۰ نیوتن بر میلی‌متر



شکل ۱٤ تغییرات فرکانس‌های طبیعی میله بر حسب تغییرات ضریب فنریت خطی نگهدارنده‌های میانی با ضریب فنریت خمشی ثابت ۳۵۰ نیوتن متر بر رادیان



شکل ۱۵ تغییرات فرکانس‌های طبیعی میله بر حسب تغییرات ضریب فنریت خمشی قیدهای انتهایی با ضرایب فنریت ثابت خمشی ۳۵۰ نیوتن متر بر رادیان و خطی ۱٤۵۰ نیوتن بر میلی‌متر

همان طور که انتظار می‌رفت با افزایش ضریب فنریت، فرکانس‌های طبیعی میله به مقدار نهایی خود در حالت تکیه‌گاه ثابت میل می‌کند. از شکل (۱۳) می‌توان نتیجه گرفت که در محدوده ضریب فنریت به دست آمده از تست‌های آزمایشگاهی (مقدار متوسط جدول (۲) یعنی ۳۵۰ نیوتن متر بر رادیان) میزان حساسیت فرکانس‌های طبیعی به تغییر ضریب فنریت خمشی سلول‌های نگهدارنده (به جهت تغییر خصوصیات سلول نگهدارنده و همچنین تغییر قطر غلاف و سست شدن سلول نگهدارنده بر اثر حرارت و تشعشع در طول عمر میله) بالا است. فرکانس‌های طبیعی میله به میزان حدود ۳۰ درصد در بازه تغییرات ضریب فنریت خمشی از مقدار صفر تا ۲۵۰ نیوتن متر بر رادیان تغییر می‌کند. این تغییر نشان می‌دهد که در نظر گرفتن ضریب فنریت خمشی به مقدار قابل توجهی باعث بهبود مدل عددی می‌شود. در حالی که در شکل (١٤) مشاهده می‌شود در محدوده ضریب فنریت مؤثر متوسط به دست آمده از تست‌های آزمایشگاهی (١٤٥٠ نیوتن بر میلی‌متر) میزان حساسیت فرکانس‌های طبیعی به تغییر ضریب فنریت خطی سلول‌های نگهدارنده در صورت حفظ تماس بین غلاف و سلول نگهدارنده ناچیز بوده و فرکانس‌های طبیعی میله تغییر محسوسی نخواهد داشت. البته همان طور که در شکل (۱۳) دیده می‌شود میزان تغییرات فرکانس‌های طبیعی در محدوده کمتر از ۲۵۰ نیوتن بر میلی‌متر بسیار زیاد بوده و فرکانس‌های طبیعی به شدت افت می‌کند.

نکته حائز اهمیت دیگر این است که مقدار ضریب فنریت خمشی قید انتهایی همان طور که در شکل (۱۵) دیده می شود موجب تغییر ۲۰ درصدی فرکانس طبیعی اصلی میله می‌شود.

البته در واقعیت مقادیر ضرایب فنریت به یکدیگر وابسته بوده و فرض تغییر مستقل با کمی خطا همراه خواهد بود. اما همین تقریب نیز منجر به به‌روزرسانی قابل توجه و حداکثری مدل المان محدود همان طور که در بخش بعد مشاهده می‌شود، شده است. بنابراین تحلیل حساسیت همزمان ضرایب فنریت منجر به بهبود قابل توجه نسبت به روش تحلیل حساسیت مستقل نخواهد شد.

به‌روزرسانی مدل المان محدود میله

نتایج شبیه‌سازی و تست تجربی مودال میله توخالی نشان می‌دهد که ضرایب فنریت مؤثر قیدها به شکل مود میله وابسته است. این نتیجه با این واقعیت هم‌خوانی دارد که نحوه تغییر شکل میله برنحوه تغییر شکل نگهدارنده و در نتیجه بر میزان ضریب فنریت مؤثر قیدها مخصوصاً ضرایب فنری خمشی آنها تأثیرگذار است. به عبارت دیگر به معنای غیرخطی بودن این ضرایب خواهد بود. ضرایب مؤثر مربوط به نگهدارنده میانی از مقایسه نتایج شبیه‌سازی با نتایج تست مودال ۱ و ضرایب مؤثر مربوط به قیدهای انتهایی از مقایسه نتایج شبیه‌سازی با نتایج تست مودال ۲ به دست آمده است. نتایج حاصل در جدول (٦) آورده شده است. البته می‌توان همانند پژوهش مون و همکاران [7] با پذیرفتن خطای مصالحه بین مودهای مختلف یک مقدار متوسط را برای ضرایب فنریت تعیین کرد.

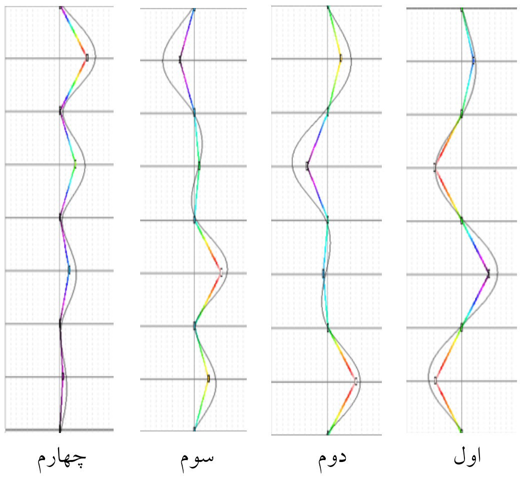
بعد از اعمال ضرایب فنریت معادل مجزا و متوسط نگهدارنده‌ها نتایج شبیه‌سازی مدل به‌روزرسانی شده در جدول (۷) آمده است. مقایسه نتایج شبیه‌سازی در دو حالت مجزا و متوسط نشان می‌دهد که اختلاف معناداری با هم ندارند و این نتایج به خوبی با نتایج تست مودال مطابقت دارد به طوری که خطای محاسبه فرکانس طبیعی به کمتر از ۵ درصد رسیده است. همچنین شکل (١٦) شکل مودهای طبیعی میله حاصل از شبیه‌سازی به‌روز شده به همراه تست تجربی را نشان می‌دهد. شکل مودها بر اساس کمیت معیار اطمینان مودال از مقدار متوسط ۰/۸۳ در مدل اولیه به مقدار متوسط ۰/۹۸ در مدل به‌روز شده افزایش یافته است.

جدول ٦ ضرایب فنریت مؤثر

مود	اول	دوم	سوم	چهارم	متوسط
خطی قید میانی (نیوتن بر میلی‌متر)	۷۵۰	۷۵۰	۱۲۵۰	۵۵۰	۸۲۵
خمشی قید میانی (نیوتن متر بر رادیان)	۲۵۰	۲۰۰	۲۲۵	۷۵	۱۹۰
خمشی قید انتهایی (نیوتن متر بر رادیان)	۲۰۰	۳۰۰	۱۰۰	۳۰۰	۲۲۵

جدول ۷ مقایسه فرکانس‌های اصلی میله توپر

مود	اول	دوم	سوم	چهارم
تست تجربی مودال (هرتز)	۱۳۶	۱۵۰	۱۷۸	۲۰۲
مدل اولیه (هرتز)	۱۵۶	۱۸۴	۲۱۵	۲۴۹
اختلاف فرکانس‌ها (درصد)	+۱۵	+۲۳	+۲۱	+۲۳
معیار اطمینان مودال	۰/۸۹	۰/۷۹	۰/۷۵	۰/۸۸
مدل بروز شده مجزا (هرتز)	۱۴۲	۱۵۲	۱۸۶	۲۰۴
اختلاف فرکانس‌ها (درصد)	+۴/۴	+۱/۳	+۴/۵	+۱
مدل بروز شده متوسط (هرتز)	۱۳۵	۱۵۵	۱۸۳	۲۰۹
اختلاف فرکانس‌ها (درصد)	−۰/۷	+۳/۳	+۲/۸	+۳/۵
معیار اطمینان مودال	۰/۹۹	۰/۹۵	۰/۹۸	۰/۹۹



شکل ۱۶ شکل مودهای طبیعی میله حاصل از شبیه‌سازی بروز شده نهایی

تعیین فرکانس‌های طبیعی میله در شرایط بحرانی

به عنوان کاربرد اصلی می‌توان از این مدل توسعه داده شده جهت تعیین فرکانس‌های طبیعی میله در حالت‌های مختلف عملکردی بهره گرفت. در شرایط بحرانی در صورتی که یک نگهدارنده به هر علتی تماس خود را با میله از دست دهد، فرکانس طبیعی اول سیستم به شدت افت کرده و در محدوده فرکانس تحریک نیروگاه و پمپ سیال خنک کننده قرار خواهد گرفت که باید به شدت از این موضوع اجتناب کرد. میزان نیروی تماسی بین میله و نگهدارنده در ابتدا باید به مقداری باشد که با تغییر قطر غلاف و سست شدن المان نگهدارنده بر اثر حرارت و تشعشع این تماس در انتهای عمر کارکرد از بین نرود. همان‌طور که در جدول (۸) مشاهده می‌شود فرکانس طبیعی اصلی میله با از دست دادن تماس میله با نگهدارنده به شدت افت کرده و در محدوده فرکانس تحریک درون رآکتور یعنی۰ تا ۵۰ هرتز قرار می‌گیرد که باید از این موضوع اجتناب کرد.

جدول ۸ فرکانس‌های طبیعی میله با از دست دادن نگهدارنده

نگهدارنده‌های از دست رفته	۰	۱	۲ (غیرمتوالی)	۲ (متوالی)	۳
فرکانس طبیعی اصلی (هرتز)	۱۳۶	۴۶	۳۹	۲۱	۱۲

جمع‌بندی

در این پژوهش به منظور بررسی رفتار ارتعاشی یک میله سوخت مجازی مربوط به یک مجتمع سوخت خاص مقید به نگهدارنده‌های الاستیک از مدل عددی دوبعدی استفاده شد. در این مدل نگهدارنده‌های الاستیک میانی علاوه بر فنر خطی با یک فنر خمشی و قیدهای انتهایی با یک فنر خمشی مدل شدند. در این پژوهش روشی تجربی-تئوری برای به دست آوردن ضریب فنریت خمشی نگهدارنده‌های میانی ارائه شد. به منظور صحه‌گذاری مدل عددی یک سامانه تست مودال خاص طراحی، ساخته و راه‌اندازی گردید.

همچنین در جهت به‌روزرسانی مدل عددی میله تست‌های مودال بر روی میله توخالی تعریف و با استفاده از تحلیل حساسیت فرکانس‌های طبیعی به عدم قطعیت‌ها، ضرایب فنریت نگهدارنده‌های میانی و قیدهای انتهایی اصلاح گردید. خلاصه نتایج به شرح ذیل است:

۱. چگالی معادل میله برای هر مود حرکتی متفاوت است که نشان می‌دهد با توجه به وجود فاصله بین قرص‌های سربی و میله تنها بخشی از وزن قرص بر فرکانس طبیعی میله مؤثر خواهد بود. چگالی متوسط معادل میله حدود ۲۲۳۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب به دست آمد.

۲. نتایج شبیه‌سازی اولیه و تست مودال برای میله با شرایط مرزی مشخص تا ۲۳ درصد اختلاف بین فرکانس‌های طبیعی را نشان داد.

۳. ضرایب فنریت خمشی نگهدارنده‌های میانی به میزان ۳۰ درصد و قیدهای انتهایی به میزان ۲۰ درصد از پارامترهای تأثیرگذار بر فرکانس طبیعی میله سوخت هستند.

۴. بعد از تحلیل حساسیت فرکانس طبیعی مشخص شد که

ضرایب فنریت مؤثر قیدها به شکل مود میله وابسته بوده و ضرایب به دست آمده در جدول (٦) ارائه شده است.

۵. نتایج شبیه‌سازی بیانگر این موضوع است که علاوه بر نگهدارنده‌های میانی، قیدهای انتهایی نیز تأثیر به‌سزایی بر فرکانس‌های طبیعی میله دارد.

٦. مقایسه نتایج مدل به‌روزرسانی شده با تست تجربی به طور متوسط نشان از کاهش اختلاف فرکانس‌ها از ۲۰ درصد به ۲ درصد و بهبود شکل مودهای طبیعی بر اساس معیار اطمینان مودال از ۰/۸۳ به ۰/۹۸ می‌دهد.

۷. در صورت از دست رفتن تماس حتی یک نگهدارنده با میله فرکانس طبیعی اول سیستم در محدوده فرکانس تحریک رآکتور قرار خواهد گرفت.

تقدیر و تشکر

نویسندگان از پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای و شرکت سوخت رآکتورهای هسته‌ای که شرایط انجام این پژوهش را فراهم نمودند، تشکر می‌کنند.

علائم و نشانه‌ها

A	مساحت (m^2)
C	ضریب فنریت خمشی ($Nmrad^{-1}$)
E	مدول یانگ (Nm^{-2})
F	نیرو (N)
k	ضریب فنریت خطی (Nm^{-1})
I	ممان اینرسی سطح (m^4)
m	جرم (kg)
y	جابه‌جایی مرکز میله (m)
ρ	چگالی (kgm^{-3})
θ	زاویه تعادل محل تکیه‌گاه میله (rad)
ω	فرکانس (Hz)
ψ	بردار شکل مود

بالانویس‌ها

T	ترانهاده

زیرنویس‌ها

c	میله توخالی (بدون قرص)
E	حاصل از نتایج تست
F	حاصل از شبیه‌سازی
p	قرص
r	میله توپر (با قرص)

واژه نامه

میله سوخت مجازی	Dummy fuel rod
فنریت خطی و خمشی	Linear and bending stiffness
حسگر شتاب	MEMES
معیار اطمینان مودال	Modal assurance criteria
مجتمع سوخت هسته‌ای	Nuclear fuel assembly
قرص سوخت	Pellet
رآکتور هسته‌ای آب تحت فشار	PWR
لرزاننده	Shaker
موج جاروب سینوسی	Sine sweep wave
سلول شبکه نگهدارنده	Spacer grid cell
رآکتور هسته‌ای آب تحت فشار طرح روسی	VVER

مراجع

[1] M.P. Paidoussis, "Review of Flow-Induced Vibrations in Reactors and Reactor Components," *Nuclear Engineering and Design*, vol. 74, Pp. 31-60, 1983.

[2] A. Premount, "On the Vibrational Behavior of Pressurized Water Reactor Fuel Rods," *Nuclear Technology*, vol. 58, Pp. 481-491, 1982.

[3] H. S. Kang, K. N. Song, K. H. Yoon, Y. H. Jung and J. S. Yim, "A Study on the Vibrational Behavior of the Fuel Rods Continuously Supported by a Rotary and Bent Spring System," *Korea Sound and Vibration Society*, Pp. 454-

460, 1998.

[4] H.S. Kang, K.N. Song and Y.H. Jung, “Axial-flow-induced vibration for a rod supported by translational spring at both ends,” *Nuclear Engineering and Design*, vol. 220, Pp. 83-90, 2003.

[5] H.S. Kang, H.K. Kim and Y.H. Jung, “Verification Test and Model Updating for a Nuclear Fuel Rod with the Supporting Structure,” *Journal of the Korean Nuclear Society*, vol. 33, Pp. 73-82, 2001.

[6] H.S. Kang, M.H. Choi, K.H. Yoon and K.N. Song, “Vibration Analysis of a Dummy Fuel Rod Continuously Supported by Spacer Grids,” *Nuclear Engineering and Design*, vol. 232, Pp. 185-196, 2004.

[7] H. I. Moon, N. G. Park, H. N. Rhee, Y. K. Jang, S. T. Lee and J. I. Kim, “Modal Testing and Model Updating of Nuclear Fuel Tube,” *NURI Project*, Korea, 2007.

[8] K. T. Kim, “The effect of fuel rod supporting conditions on fuel rod vibration characteristics and grid-to-rod fretting wear,” *Nuclear Engineering and Design*, vol. 240, Pp.1386-1391, 2010.

[9] S. Hussain, M. Rafique, A. Ahmad and S. W. Akhtar, “CNPP fuel rod vibration analysis using finite element method,” *Technical Journal, University of Engineering and Technology Taxila, Vibration analysis issue*, Pp. 23-33, 2012.

[10]N. Jiang, G. Min, Z. Fang and H. Qi, “Investigation on vibration response characteristics and influencing factors of the fuel rods of EPR,” *Front. Energy Res*, vol. 10, Pp. 990525, 2022.

[11]G. Ferrari, P. Balasubramanian, S. Le Guisquet, L. Piccagli, K. Karazis, B. Painter and M. Amabili, “Non-linear vibrations of nuclear fuel rods,” *Nuclear Engineering and Design*, vol. 338, Pp. 269-283, 2018.

[12]G. Ferrari, G. Franchini, P. Balasubramanian, F. Giovanniello, S. Le Guisquet, K. Karazis and M. Amabili, “Nonlinear vibrations of a nuclear fuel rod supported by spacer grids,” *Nuclear Engineering and Design*, vol. 361, Pp. 110503, 2020.

[13]G. Ferrari, G. Franchini, L. Faedo, F. Giovanniello, S. Le Guisquet, P. Balasubramanian and M. Amabili, “Nonlinear vibrations of a 3×3 reduced scale PWR fuel assembly supported by spacer grids,” *Nuclear Engineering and Design*, vol. 364, Pp. 110674, 2020.

[14]B. H. Yan, “A theoretical model for the vibration of fuel rod with multi spans supported by springs,” *Annals of Nuclear Energy*, vol. 119, Pp. 257-263, 2018.

[15]T. Nazari, A. Rabiee and H. Kazeminejad, “Numerical investigation of the modal characteristics for a VVER-1000 fuel assembly,” *Nuclear Engineering and Design*, vol. 345, Pp. 1-6, 2019.

[16]V. Zeman, Z. Hlavac, “Mathematical Modeling of Friction-Vibration Interactions of Nuclear Fuel Rods,” *Applied and Computational Mechanics*, vol. 10, Pp. 57-70, 2016.

[17]T. Nazari, A. Rabiee and H. Kazeminejad, “Flow-induced vibration analysis of nuclear fuel rods using equivalent fuel element model,” *Nuclear Engineering and Design*, vol. 363, Pp. 110639, 2020.

[18]N.G. PARK, H.N. Rhee, H.I. Moon, Y.K. Jang, S.Y. Jeon and J.I. Kim, “Modal Testing and Model Updating of a Real Scale Nuclear Fuel Rod,” *Nuclear Engineering and Technology*, vol. 41, Pp. 821-830, 2009.

[19]S. Zargar, R.A. Medina and L. Ibarra, “Effect of pellet-cladding bonding on the vibration of surrogate fuel rods,” *In Proceedings of International High-level Radioactive Waste Management (IHLRWM) Conference*, Charlotte, (2017).

[20]R. J. Allemang, “The modal assurance criterion–twenty years of use and abuse,” *Sound and vibration*, vol. 37, Pp.14-

23. 2003.

[21]S. Zargar, R.A. Medina, L. Ibarra and J. Coleman, “Numerical and Experimental Modal Analysis of Fuel Rods,” *The 23th International Conference on SMiRT*, Manchester, United Kingdom, 2015.

[22]D. De Santis, A. Shams, “Numerical modeling of flow induced vibration of nuclear fuel rods,” *Nuclear Engineering and Design*, vol. 320, Pp. 44-56, 2017.

[23]M.A. Peres, R.W. Bono and P. Avitabile, “Effects of shaker, stinger and transducer mounting on measured frequency response functions,” *The 25th Intenational Conferenece on Noise and Vibration Engineering ISMA-USD* (ISMA), Belgium, Pp.1475-1490, (2012).